

LES MATHÉMATIQUES À LA MAISON

VOLUME 4

ROBERT ET MICHEL LYONS

(Septembre 2002)

Introduction

Dans ce volume, nous développerons le vocabulaire et le symbolisme mathématiques. Votre enfant sera amené à associer des images mentales mises en place dans les volumes précédents avec les symboles associés aux nombres entiers, positifs et négatifs, aux fractions ordinaires et décimales et aux nombres algébriques. Encore une fois, nous allons mettre l'accent sur la compréhension et le raisonnement. Ces deux facultés permettront, entre autres, par la suite, dans le volume 5, de développer de la rapidité en calcul écrit et en calcul mental. Rien ne presse à ce sujet pour l'instant.

Au sujet du vocabulaire, une liste des termes les plus importants vous permettra de les rappeler fréquemment à votre enfant.

Enfin, nous continuerons l'apprentissage de la géométrie, de la mesure et de la logique propositionnelle.

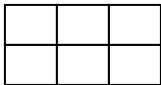
Chapitre 1

La fonction additive

Ce chapitre vise à développer l'addition et la soustraction. Nous commencerons par ce qui est le plus facile : l'addition et la soustraction d'entiers relatifs. Puis, nous ferons de même avec les nombres algébriques. Cela nous conduira ensuite à transformer ces nombres algébriques en quantités diverses et ensuite à les simplifier.

Matériel

- Une planche à calculer à six régions telle la suivante :



- Des jetons.
- Une corde solide d'au moins 3 mètres.
- Un objet incassable et léger (exemple : bouteille en plastique).
- Une calculatrice avec mémoire.

Évaluation

Compréhension : Assurez-vous que votre enfant comprenne bien :

1. Le sens des entiers relatifs ;
2. Qu'en addition et en soustraction, nous ne pouvons qu'additionner ou soustraire entre eux des nombres qui représentent la même sorte d'unités (x avec x ; dizaines avec dizaines ; quarts avec quarts...) ;
3. Le sens de données telle : $-(+3x) + (-2y) - (-3z)$.
4. Comment utiliser les touches de la mémoire d'une calculatrice.

Raisonnement : Votre enfant devrait expliquer tous ses calculs en utilisant la planche à calculer à six régions.

Efficacité : Votre enfant devrait calculer généralement sans erreurs en s'aidant de son matériel.

Problème 1

Souque-à-la-corde

Attachez l'objet léger au centre de la corde.

Déposez l'objet sur une table et étendez la corde sur la table.

Prenez un bout de la corde et demandez à votre enfant s'il croit être capable, en tirant sur la corde, d'attirer l'objet vers lui.

Il est plus que probable que votre enfant vous assurera qu'il en sera capable.

Dites-lui que vous en doutez. Ajoutez que vous allez l'aider à tirer sur la corde mais que même là, vous ne croyez pas qu'il pourra attirer l'objet vers lui.

Remettez-lui une extrémité de la corde en lui demandant d'attendre votre signal avant de tirer. Allez prendre l'autre extrémité de la corde et tenez-la solidement afin que votre enfant ne puisse faire bouger l'objet.

Demandez-lui s'il peut attirer l'objet vers lui. Comme ce n'est plus possible (nous supposons que vous êtes plus fort(e) que lui), dites-lui qu'il est évident qu'il ne peut pas réussir seul puisque même avec votre « aide » il ne le peut pas.

Une discussion suivra certes et votre enfant manifestera probablement qu'il ne réussira pas si vous travaillez contre lui.

Bref, si deux joueurs tirent dans le même sens, ils sont dans la même équipe, sinon ils sont dans des équipes opposées et alors, leurs forces peuvent s'annuler.

Problème 2

Mentionnez à votre enfant que dans les sports, les équipes qui s'affrontent portent des noms divers : les Cerfs, les Ours, les Canadiens, les Cardinals,...

Ajoutez qu'en mathématiques, les équipes qui s'opposent portent toujours les mêmes noms : les + et les - .

Au souque-à-la-corde, des joueurs de force égale s'affrontent. L'équipe des + compte 4 joueurs, l'équipe des - en a 6. Quelle équipe gagnera ? (Les -, parce qu'ils ont un avantage de 2 joueurs.)

Montrez à votre enfant comment noter ce problème : $+4 - 6 = -2$

Même problème avec :

a) 6 joueurs « + » et 2 joueurs « - » (Solution : $+6 - 2 = +4$)

Note : Aidez votre enfant à symboliser ce problème et assurez-vous qu'il réussit à symboliser les problèmes suivants.

b) 5 joueurs « - » et 1 joueur « + » (Solution : $-5 + 1 = -4$)

c) 4 joueurs « + », 7 joueurs « - » et 3 joueurs « + » (Solution : $+4 - 7 + 3 = 0$)

Note : Remettez des jetons à votre enfant pour qu'il puisse représenter les joueurs des 2 équipes et calculer.

d) 5 joueurs « - », 4 joueurs « + », 3 joueurs « - », 2 joueurs « + » (Solution : $-5 + 4 - 3 + 2 = -2$)

e) Continuez au besoin.

Problème 3

Écrivez les égalités incomplètes suivantes et demandez à votre enfant de les compléter en les illustrant avec ses jetons.

- a) $+2 -4 +3 = \dots$
- b) $-5 +5 +3 -1 = \dots$
- c) $+3 +3 +3 -8 = \dots$
- d) $-4 -3 +5 +1\dots$
- e) Continuez au besoin.

Problème 4

Prenez la planche à calculer à 6 régions. Dites à votre enfant que cette planche permet d'illustrer le nombre de points des équipes + et - lors d'une rencontre sportive qui dure 3 périodes.

Votre enfant devra placer des jetons sur la planche afin d'illustrer les points de chaque équipe pour chaque période.

- Première période (cases de gauche) : 4 points pour les «+» (case du haut à gauche) et 2 points pour les «-» (case du bas à gauche).
- Deuxième période (cases du centre) : 1 point pour les «+» et 2 points pour les «-».
- Troisième période (cases de droite) : 3 points pour les «+» et 5 points pour les «-».

Voici donc la planche à calculer après la partie :

•	•	•	•
•	•	•	•

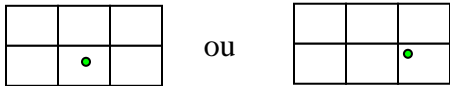
Qui a gagné la rencontre ? (Les «-») Par combien de points ? (1 seul point.)

Faites remarquer à votre enfant que dans chaque période, des points s'annulent. Demandez-lui d'enlever les points qui s'annulent en première période. (Il restera donc 2 points en haut à gauche, rien en bas à gauche.)

Même question pour les deux autres périodes. La planche à calculer ressemble maintenant à :

•	•		
	•	•	•

Et maintenant, comme un point a toujours la même valeur, quelle que soit la période où il a été compté, demandez à votre enfant d'annuler les points pour montrer quelle équipe gagne et par combien de points. Vous obtiendrez donc :



Problème 5

Cette fois, la planche à calculer représentera un tableau où un marchand d'appareils électroménagers inscrit ce qu'il a en stock (en haut, section des +) et ce que ses clients ont commandé (en bas, section des -). Ainsi, dans la colonne de gauche, que nous appellerons la colonne des x , il peut inscrire les stocks et commandes de téléviseurs : $+3x - 4x$ signifie donc qu'il a 3 téléviseurs en stocks et qu'il doit en livrer 4. Le résultat est donc qu'un téléviseur ne peut être livré actuellement, et il sera illustré sur la planche à calculer par un jeton placé à gauche (colonne des x) et en bas (section négative).

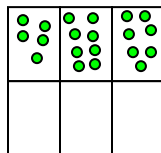
Indiquez à votre enfant que cela se note $+3x - 4x = -1x$ ou $+3x - 4x = -x$ car il n'est pas nécessaire d'écrire le chiffre 1 devant une lettre que l'on appelle variable donc $1x = x$, $-1y = -y$, $+1a = +a$.

De la même façon, le signe + qui indique le nom d'une équipe n'est pas nécessaire. Ainsi, $+2x = 2x$. Donc s'il n'y a pas de signe + ou -, il faut choisir + et s'il n'y a pas de nombre devant une lettre, il faut choisir le nombre 1.

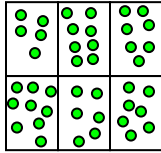
Problème 6

Poursuivons le problème 5. Le marchand tient l'inventaire de trois appareils : les téléviseurs (x), les micro-ondes (y) et les congélateurs (z). Demandez à votre enfant d'illustrer sur sa planche à calculer, d'abord l'inventaire (section des +), ensuite les commandes (section des -) et enfin de faire le bilan pour chaque appareil afin de savoir si ce commerçant va manquer de certains appareils (-) ou en avoir en surplus (+).

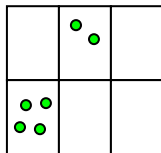
Son inventaire montre 5 téléviseurs ($5x$), 8 micro-ondes ($8y$) et 7 congélateurs ($7z$). Laissez votre enfant illustrer l'inventaire, donc :



Les commandes sont de 9 téléviseurs ($-9x$), 6 micro-ondes ($-6y$) et 7 congélateurs ($-7z$). Laissez votre enfant illustrer les commandes. Il devrait donc y avoir, à la fin, ce qui suit sur sa planche.



Maintenant, demandez-lui de faire le bilan en montrant ce qu'il restera et ce qu'il manquera. Il devrait donc obtenir :



Notez : $5x - 9x = -4x$
 $8y - 6y = 2y$
 $7z - 7z = 0$

Puis : $5x + 8y + 7z - 9x - 6y - 7z = -4x + 2y$

Assurez-vous que votre enfant comprend bien ce que les symboles représentent. Le problème suivant lui permettra d'approfondir sa compréhension de cette notation.

Problème 7

Voici des phases mathématiques incomplètes qui illustrent des inventaires ($+$) et des commandes ($-$). Demandez à votre enfant de faire comme au problème 6, c'est-à-dire d'illustrer ces situations puis de faire le bilan et de compléter les phrases mathématiques. Au besoin, rappelez-lui les consignes et le sens des symboles.

- $+8x + 4y + 6z - 5x - 3y - 9z = \dots$ (Solution : $3x + y - 3z$)
- $5x - 4y - 3z + 7y - 2x + 6z = \dots$ (Solution : $3x + 3y + 3z$)
- $-2y + 4z + 5x - 6z - 3y - 5x = \dots$ (Solution : $-5y - 2z$)
- $-3y - 4x - 6z + 2x + 2x + 2y + 6z$ (Solution : $-y$)
- Continuez au besoin.

Problème 8

Si tout va bien, il est temps d'aller plus loin et, pour cela, nous allons causer un problème à votre enfant. Demandez-lui de résoudre :

$$4x + 5y + 2z - 7x - y - 5z.$$

Note : Sa réponse sera sans doute : $-3x + 4y - 3z$. Dites-lui que la vraie réponse est $3x + 4y - 3z$. Il ne comprendra pas ou dira qu'il y a une erreur. Laissez-le s'interroger avant de lui mentionner qu'effectivement, il aurait fallu lire $-4x + 5y + 2z + 7x - y - 5z$.

Proposez maintenant $-3x + 4y + 2z - 5x + 3y$.

Note : Sa réponse devrait être $-8x + 7y + 2z$. Comme plus haut, dites-lui qu'une erreur a été commise et qu'il aurait fallu lire : $-3x - 4y + 2z + 5x + 3y$.

Donnez maintenant $4z - 2y + 3x + 5y - 6x - z$.

Note : Il est probable que votre enfant vous demande de vous assurer qu'il n'y a pas d'erreurs. Sinon, demandez-lui s'il veut que vous fassiez d'abord une vérification. S'il ne le veut pas, laissez-le calculer pour encore conclure qu'il y a une erreur.

S'il souhaite une vérification mentionnez-lui qu'en mathématiques, le + signifie de ne rien changer et que le moins signifie qu'on s'est trompé d'équipe.

Vous allez donc vérifier la donnée : $4z - 2y + 3x + 5y - 6x - z$ en précisant s'il y a eu une erreur (-) ou en affirmant que tout va bien (+). Réécrivez donc la donnée de la façon suivante en laissant un espace entre les parenthèses :

$$(4z) \quad (-2y) \quad (+3x) \quad (+5y) \quad (-6x) \quad (-z)$$

Puis, au moyen du + et du -, vous allez préciser qu'il n'y a pas d'erreur +(...) ou qu'il faut changer d'équipe -(...) c'est-à-dire, pour l'exemple en cours, que si le commerçant a confondu une donnée de l'inventaire pour une donnée de commande, il a noté -6 (commande de 6) alors qu'il aurait dû noter +6 (inventaire de 6).

Tracez donc un + devant (4z) en disant à votre enfant que cette donnée (4z) est correcte. Puis un + devant (-2y) pour signifier aussi que cette donnée est correcte.

Puis un $-$ devant $(+3x)$ pour mentionner que le commerçant s'est trompé d'équipe, qu'il aurait dû noter $-3x$.

Écrivez $+$ devant $(+5y)$, donc rien à changer. Ensuite $-$ devant $(-6x)$ donc il y a une erreur, c'est $+6x$ qu'il faut prendre. Enfin $+$ devant $(-z)$ donc rien à changer. Vous obtenez donc :

$$+(4z) \quad +(-2y) \quad -(+3x) \quad +(+5y) \quad -(-6x) \quad +(-z)$$

Demandez à votre enfant de réécrire les données correctement donc $+4z -2y -3x +5y +6x -z$ et de faire le bilan. (Solution : $3x +3y +3z$)

Problème 9

Voici d'autres données. On a indiqué s'il y avait ou non une erreur. Demandez donc à votre enfant de réécrire les données en les corrigeant s'il y a lieu puis de faire le bilan en utilisant sa planche à calculer.

- a) $-(-3x) -(+2y) +(-4z) = \dots$ (Solution : $3x -2y -4z$)
 b) $(+3y) -(+2z) +(-3y) -(2x) +(5z) = \dots$ (Solution : $-2x +3z$)

Note : S'il n'y a pas de signe devant une parenthèse, c'est qu'il n'y a pas d'erreur. Cela est vrai seulement lorsqu'il n'y a pas de signe au début de la phrase mathématique.

Si votre enfant vous demande si un $+$ peut être omis ailleurs qu'au début, dites-lui qu'alors cela aurait un autre sens. Nous y reviendrons plus tard.

- c) $-(+2y) -(-4x) -(+3z) -(-y) -(-6z) = \dots$ (Solution : $4x -y +3z$)
 d) $(-6z) -(-5x) +(+4y) +(-2x) -(-z) -(-7y) = \dots$ (Solution : $3x + 11y - 5z$).
 e) Continuez au besoin.

Problème 10

Sur la planche à calculer, demandez à votre enfant d'illustrer :

- a) $3x +4y -2z$
 Supposons maintenant que les x sont des pièces de 25¢ , que les y sont des pièces de 5¢ et que les z sont des pièces de 1¢ . Demandez à votre enfant de transformer ce qu'il a obtenu afin qu'il ne reste que les jetons dans la section positive, mais sans changer la valeur de l'ensemble. (Solution : $3x +3y +3z$ donc 93¢)

Mêmes questions avec :

- b) $x - 3y - z$ (Solution : $y + 4z$, donc 9¢)
- c) $2x - 7y + 2z$ (Solution : $3y + 2z$, donc 17¢)
- d) $3x - 12y - 15z$ (Solution : 0 donc 0¢)
- e) $x - 6y + 7z$ (Solution : $2z$, donc 2¢)

Reprenez les énoncés précédents, mais cette fois $x = 1$ centaine, $y = 1$ dizaine et $z = 1$ unité.

- a) Solution : 338
- b) Solution : 69
- c) Solution : 132
- d) Solution : 165
- e) Solution : 47

Et maintenant, $x = 1$, $y = \frac{1}{2}$ et $z = \frac{1}{4}$.

Dessinez un cercle pour illustrer x , un demi-cercle pour y et un quart de cercle pour z . Placez-les au-dessus des colonnes de la planche à calculer. Reprenez donc les 5 problèmes ci-haut.

- a) Solution : $4\frac{1}{2}$
- b) Solution : $-\frac{3}{4}$ (Ici la réponse est négative.)
- c) Solution : -1
- d) Solution : $-6\frac{3}{4}$
- e) Solution : $-\frac{1}{4}$

Note : Discutez avec votre enfant du changement de valeur de ces équations dépendant des valeurs de x , y et z . Prenez le cas (d) comme exemple où la valeur de $3x - 12y - 15z$ est parfois positive (165), parfois nulle (0) et parfois négative ($-6\frac{3}{4}$). Concluez que c'est pour cela qu'on ne peut additionner ou soustraire par exemple des x avec des y sans savoir ce qu'ils représentent.

Problème 11

Si vous n'êtes pas familier(ière) avec les touches de la mémoire d'une calculatrice (M+ ; M- ; RM ou RCM), vous avez avantage à faire quelques exercices avant de réaliser l'activité suivante

avec votre enfant. Il faut aussi savoir que d'une calculatrice à une autre, le procédé est parfois différent. Une exploration préalable vous aidera.

Dites à votre enfant que les calculatrices tiennent compte des équipes + et -. La touche M+ enregistre les points de l'équipe des + et la touche M- enregistre ceux de l'équipe des -. La calculatrice calcule continuellement quelle équipe a l'avantage et quel nombre représente cet avantage.

Demandez à votre enfant de calculer avec sa planche quelle équipe a l'avantage et de combien si nous avons : $-5 -2 +8 -4 +7 -6 -3 +2$ (Solution : -3).

Lorsqu'il aura trouvé, indiquez-lui comment trouver ce résultat en utilisant la mémoire de la calculatrice. Voici ce qu'il faut faire : 5 M-, 2 M-, 8 M+, 4 M-, 7 M+, 6M-, 3M-, 2M+ et RM ou RCM. Cette suite de symboles devrait faire afficher 3M- sur la calculatrice.

Réalisez quelques autres exercices semblables afin de familiariser votre enfant à l'utilisation des touches de mémoire de la calculatrice.