

LES MATHÉMATIQUES À LA MAISON

VOLUME 3

ROBERT ET MICHEL LYONS

(Octobre 2001)

Introduction

Si votre enfant a réussi les activités des deux volumes précédents, vous serez peut-être surpris, mais le plus difficile est fait. Son succès démontre que les fonctions de son cerveau qui sont à la base du succès en mathématiques travaillent de façon adéquate. De plus, si vous avez résisté à l'envie de lui faire mémoriser ses tables et de lui faire utiliser les techniques de calcul écrit, sa perception des mathématiques est probablement correcte. Bientôt, il apprendra à calculer rapidement, ne vous inquiétez pas à ce sujet.

Dans le troisième volume, nous aborderons les fractions. Nous irons très loin en ce domaine, couvrant le programme du primaire au complet. Ce n'est pas le seul domaine où nous irons plus loin.

Un dernier mot, puisque la commission scolaire qui s'occupe des élèves de votre région a la responsabilité d'évaluer votre enfant et puisque nous avons beaucoup moins besoin de travail écrit lorsque nous travaillons individuellement avec un enfant, je vous propose de garder des traces du travail de votre enfant en mathématiques.

En guise de traces, vous pouvez certes garder dans un portfolio les quelques pages de travail écrit de votre enfant. Je vous conseille surtout de noter vos observations sur le travail de votre enfant pour chaque chapitre. Allez-y franchement, c'est votre enfant qui profitera le plus de votre franchise et paiera la note si vous avez amélioré la réalité.

Vous pouvez y noter quelques réponses, quelques remarques de votre enfant lors de la réalisation des problèmes. Mentionnez aussi ce qu'il aime, ce qu'il réussit facilement et évidemment ce qui va moins bien.

Notez le temps qui a été nécessaire pour faire chaque chapitre. Lorsque vous êtes rendu trois ou quatre chapitres plus loin qu'un chapitre donné, composez un ou deux problèmes semblables aux problèmes les plus importants de ce chapitre et posez-les à votre enfant en guise de vérification. Notez comment il s'en tire.

Listez les termes mathématiques dont il connaît le sens ainsi que les symboles qu'il lit et utilise correctement. Mais par-dessous tout, essayez de poser régulièrement un jugement global sur le fonctionnement de votre enfant. Aime-t-il faire des mathématiques ? Réussit-il habituellement les problèmes, même si parfois il doit travailler fort ? Est-il persévérant ? A-t-il confiance en sa capacité de réussir ?

Et maintenant, qu'on amène les fractions !

Chapitre 1

Les fractions

Mise en scène

Les mathématiques doivent être associées au réel et les enfants doivent d'abord et avant tout bien comprendre le contexte des problèmes qu'ils tentent de résoudre.

Dans ce chapitre, le contexte est celui d'une pizzeria où le propriétaire, Monsieur Fractioné, accueille des gens de nombreuses nationalités, parlant une vingtaine de langues différentes. Malheureusement, M. Fractionné ne connaît pas ces langues et il doit tout de même prendre correctement les commandes de ses clients. Heureusement, M. Fractionné connaît le langage mathématique et ce langage lui permet de communiquer avec tous ses clients.

À toi maintenant de voir si tu comprends le langage des mathématiques

Matériel

- Dans du carton fort ou du papier de construction découpez 16 carrés de 5 cm sur 5 cm et 8 rectangles de 5 cm sur 10 cm. Gardez ce matériel, il servira aussi pour un autre chapitre.
- Découpez aussi deux rectangles de papier (les pizzas). Le premier mesurera 20 cm par 10 cm (problèmes 1 à 8). Le second mesurera 15 cm sur 10 cm (problèmes 9 et 10).

Évaluation

Compréhension : Votre enfant associe correctement une partie d'un entier à diverses symbolisations qui la représente.

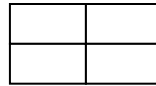
Raisonnement : Votre enfant peut décomposer un entier en une somme de parties identiques ou non.

Efficacité : Votre enfant peut lire et écrire des expressions telles $1 \div 6$ ou $\frac{1}{6}$ ou $\frac{2}{3}$, ... (Il lira « un sixième » et « un divisé par six pour les deux premiers cas).

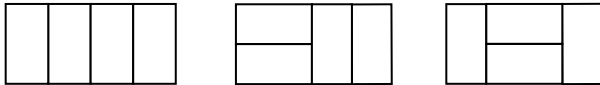
Problème 1

Les pizzas du lundi

Prenez 4 rectangles et placez-les comme suit :



Dites à votre enfant que le lundi, M. fractionné découpe ses pizzas en quatre morceaux identiques. Parfois, il les découpe comme plus haut, parfois, il le fait d'une autre façon. Dans cette autre façon, la pizza a les mêmes dimensions que le modèle, elle contient exactement les mêmes morceaux, mais ils sont placés différemment. Demandez à votre enfant de trouver une autre façon qui répond à ces exigences. Au besoin, utilisez le grand rectangle en guise de référence pour que les dimensions de la pizza soient respectées. Voici les autres possibilités :



Lorsqu'il aura trouvé une autre façon, invitez-le à trouver les deux autres. Assurez-vous qu'il comprenne bien que quelle que soit la façon de découper les pizzas, tous les morceaux sont équivalents.

Problème 2

Remettez tous les rectangles à votre enfant.

Lorsque les clients de M. Fractionné voient comment les pizzas sont découpées, ils placent leurs commandes en utilisant le langage mathématique.

Si un client veut un seul morceau, il écrit $1 \div 4$ ou $\frac{1}{4}$ parce que le morceau qu'il veut est grand comme un quart de pizza, c'est-à-dire que puisqu'il y en a exactement quatre comme celui-là dans toute la pizza, il écrit le chiffre 4. Et comme il ne veut qu'un seul morceau, il écrit le chiffre 1.

Notes :

1. Il faudra rappeler quelques fois ce qui précède à votre enfant avant que ceci soit bien mémorisé.

2. Faites remarquer à votre enfant que $1 \div 4$ et $\frac{1}{4}$ signifient exactement la même chose, ce sont des synonymes mathématiques. Dans chaque cas, on peut les lire en disant 1 divisé par 4 ou un quart.
3. Historiquement, $\frac{1}{4}$ a précédé $1 \div 4$. C'est l'invention de l'imprimerie qui a forcé l'invention de $1 \div 4$ où nous retrouvons les chiffres 1 et 4, le trait horizontal les séparant dans $\frac{1}{4}$ et deux points qui rappellent où le 1 et le 4 devraient être placés.

Problème 3

- Si un client écrit $2 \div 4$ ou $\frac{2}{4}$, que veut-il ? (Deux morceaux d'une pizza où il y a exactement quatre morceaux de cette grandeur. Donc ce client veut deux des quatre rectangles.)
- Et que désire le client qui écrit $3 \div 4$ ou $\frac{3}{4}$?
- Et celui qui écrit $4 \div 4$ ou $\frac{4}{4}$? (Toute la pizza.)
- Et celui qui écrit $5 \div 4$ ou $\frac{5}{4}$? (Celui-ci a vraiment faim, il veut plus qu'une pizza, mais M. Fractioné en a des tas !)

Problème 4

M. Fractioné comprend bien le français et certains clients sont français. Ceux-là peuvent aussi communiquer en français avec M. Fractioné. Lorsqu'ils veulent un seul morceau, ils peuvent écrire $1 \div 4$ ou $\frac{1}{4}$ ou 1 quart ou dire à M. Fractioné « Je voudrais manger un quart de pizza, s'il-vous-plaît ».

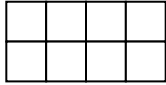
Que peuvent dire les clients francophones à M. Fractioné au lieu d'écrire :

- a) $\frac{2}{4}$? (Deux quarts)
- b) $3 \div 4$? (Trois quarts)
- c) $\frac{6}{4}$? (Six quarts)
- d) $8 \div 4$? (Huit quarts, tiens tiens, ce sont deux pizzas complètes...)

Problème 5

Les pizzas du mardi

Prenez huit carrés et disposez-les comme suit devant votre enfant :



M. Fractioné a remarqué que le mardi, ses clients avaient moins faim que le lundi. Il a donc décidé de découper ses pizzas en morceaux plus petits. Il découpe donc ses pizzas en 8 morceaux équivalents.

- Que désire un client qui écrit $\frac{1}{8}$?
- Et celui qui écrit $3 \div 8$?
- Et celui qui dit : « Je voudrais deux huitièmes s'il-vous-plaît. »
- Quel client a le plus faim : celui qui écrit $\frac{5}{8}$ ou celui qui écrit $4 \div 8$?
- Qu'écrira celui qui désire manger une pizza complète ? ($8 \div 8$ ou $\frac{8}{8}$ ou 1 évidemment)
- Et celui qui veut manger exactement deux pizzas ? ($16 \div 8$ ou $\frac{16}{8}$ ou 2)

Problème 6

En utilisant les symboles $<$, $=$ ou $>$, montre qui mange le plus de pizza (lisez la note).

- $\frac{3}{8}$ $\frac{5}{8}$
- $4 \div 8$ $8 \div 8$
- $\frac{3}{4}$ $2 \div 4$
- 1 $4 \div 4$
- $\frac{4}{4}$ $\frac{8}{8}$
- $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$
- $\frac{4}{8}$ $\frac{8}{4}$
- $\frac{2}{4}$ $4 \div 8$
- 3 quarts 3 huitièmes
- 4 quarts 7 huitièmes

Notes :

1. Votre enfant devra résoudre ces problèmes en utilisant son matériel, les carrés et les rectangles, et il devra vous prouver ce qu'il pense à partir de ce matériel. Si nécessaire, proposez d'autres exercices semblables en variant continuellement les types de symbolisation.

2. Votre enfant sera peut-être surpris par des résultats tels : $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$, $\frac{2}{4} > \frac{2}{8}$, $\frac{4}{8} < \frac{8}{4}$.
Assurez-vous qu'il comprend bien ce que ces comparaisons représentent. Même chose avec $2 \div 4 = 4 \div 8, \dots$

Problème 7

Les pizzas du mercredi

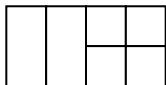
- Le mercredi, M. Fractioné a un sérieux problème. Certains de ses clients ont un bon appétit et d'autres ont un appétit moyen. Bref, certains veulent un quart de pizza, soit un rectangle et d'autres ne veulent qu'un huitième, soit un carré.
- Que va faire M. Fractioné ?

Demandez à votre enfant de faire une pizza découpée en quarts et une autre en huitièmes.

Demandez-lui de comparer ces pizzas comme suit : « Manger 1 quart, c'est comme manger 2 huitièmes donc $1 \div 4 = 2 \div 8$ ou $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$. Continuez avec les autres possibilités en évitant de donner un truc pour calculer les fractions équivalentes.

Problème 8

Le repas terminé, M. Fractioné prend les pizzas qui n'ont pas été commandées et les place au congélateur. Si certaines pizzas sont incomplètes, M. Fractioné en assemble de nouvelles. Voici ce qu'il obtient parfois :



- Combien cette pizza a-t-elle de morceaux qui sont des huitièmes de pizza ? (4)
- Et combien a-t-elle de morceaux qui sont des quarts de pizza ? (2)
- Pour décrire cette pizza, M. Fractioné note $\frac{2}{4} + \frac{4}{8} = 1$, c'est-à-dire qu'avec 2 quarts et 4 huitièmes, il fait une pizza complète.

Note : Pas question ici de parler ou d'utiliser un dénominateur commun. N'y pensez même pas !

Demandez à votre enfant de composer d'autres pizzas complètes avec des quarts et des huitièmes. Au besoin, pour que les pizzas aient la bonne dimension, découpez une feuille de papier de 10 cm x 20 cm qui devra être recouverte par les pièces de pizzas.

Pour chaque pizza, demandez à votre enfant de la représenter symboliquement comme le fait M. Fractioné. (ex. : $\frac{1}{4} + \frac{6}{8} = 1$ ou $1 \div 4 + 6 \div 8 = 1$, aucune parenthèse n'est nécessaire ici puisque la division a priorité sur l'addition.)

Problème 9

Les pizzas du jeudi

- Elles sont plus petites. Quand M. Fractioné les découpe, il réussit à faire 3 rectangles ou encore 6 carrés. Trouve les dimensions des pizzas du jeudi. (rectangle de 10 cm sur 15 cm)
- Cette fois, les rectangles ne sont plus des quarts, car il n'y en a que trois. Ce sont des tiers. Et les carrés sont appelés des sixièmes. Pourquoi ?
- Pour obtenir un rectangle, M. Fractioné coupe sa pizza en combien de morceaux ? (3)
- Comment ses clients peuvent-ils écrire un tiers ? ($1 \div 3$ ou $\frac{1}{3}$)
- Et un sixième ($1 \div 6$ ou $\frac{1}{6}$).

Note : Ne vous inquiétez pas trop si votre enfant éprouve de la difficulté avec les mots « tiers » et « quart ». S'il dit des troisièmes ou des quatrièmes, il a compris. Dites-lui cependant que c'est une possibilité, mais que les vrais mathématiciens parlent plutôt de tiers et de quarts.

Demandez à votre enfant de vous montrer ce que le client de M. Fractioné veut lorsqu'il écrit :

- a) $2 \div 3$
- b) $\frac{3}{6}$
- c) $5 \div 6$
- d) $\frac{5}{3}$
- e) $1 \div 3$
- f) $\frac{6}{6}$

Continuez au besoin.

Problème 10

Comme pour le problème 8, faites assembler et décrire symboliquement des pizzas avec des tiers et des sixièmes.

Problème 11

Note : Ce problème est très important. Peut-être que votre enfant a des difficultés, depuis le problème 9, à appeler les carrés des sixièmes alors qu'il les appelait des huitièmes avant. Même problème avec les rectangles.

Nous allons maintenant nous assurer qu'il se rend compte que le nom de la pièce dépend de ses dimensions et de celle de la pizza d'où elle provient. Ce nom est donc relatif même s'il s'agit de la même pièce.

Prenez un rectangle. Dites à votre enfant que cette fois un rectangle représente une pizza complète. Si un client veut un morceau grand comme un carré, que devra-t-il commander ?

($1 \div 2$ ou $\frac{1}{2}$ ou une demie)

Placez les deux feuilles de papier (celle de 20 cm par 10 cm et celle de 15 cm par 10 cm) et un rectangle sur la table. Discutez avec votre enfant afin qu'il comprenne bien qu'une fraction dépend des dimensions de l'entier d'où elle provient.

Montrez que par rapport à la grande pizza, un rectangle correspond à $\frac{1}{4}$, alors qu'il vaut $\frac{1}{3}$ par rapport à la seconde pizza et $\frac{1}{1}$ ou 1 par rapport à une pizza qui a exactement la dimension de ce rectangle.

Reprenez la même discussion en comparant le carré aux deux grands rectangles, à un petit rectangle (5 cm x 10 cm) et à un carré (5 cm sur 5 cm).

Problème 12

- Montrez un rectangle à votre enfant, dites-lui que c'est $\frac{1}{5}$ de la pizza du vendredi. Demandez-lui d'illustrer, avec des rectangles, la pizza du vendredi.
- Montrez un carré, dites que c'est un neuvième (écrivez $1 \div 9$ et $\frac{1}{9}$) de la pizza du samedi. Demandez-lui d'illustrer cette pizza.
- Montrez un carré et un rectangle, c'est une demie ($1 \div 2$ ou $\frac{1}{2}$) de la pizza du dimanche. Demandez-lui d'illustrer cette pizza. (Donc 2 rectangles et 2 carrés.)

Au besoin, proposez d'autres exercices semblables où les pièces montrées représenteront $\frac{1}{x}$ de la pizza recherchée.